

Rappel: $F_{X,Y}(x,y) = P(X \leq x, Y \leq y)$
 $= C(\underbrace{P(X \leq x)}_u, \underbrace{P(Y \leq y)}_v)$

$\rightarrow C: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$
 $(u,v) \mapsto F_{X,Y}(F_X^{-1}(u), F_Y^{-1}(v))$

- ① $\forall u \in [0,1], C(u,0) = C(0,u) = 0$
- ② $\forall u \in [0,1], C(u,1) = C(1,u) = u$
- ③ C est super-modulaire
 i.e. $C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0$
 avec $\begin{cases} u_1 \leq u_2 \\ v_1 \leq v_2 \end{cases}$

Théorème de Sklar:

$\forall (X,Y)$ v.a., il existe une fonction C tq :

$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2, F_{X,Y}(x,y) = C(\underbrace{F_X(x)}_u, \underbrace{F_Y(y)}_v) \geq 0$$

De plus, si F_X et F_Y sont continues, alors C (i.e la copule) est unique.

$\rightarrow X = F_X^{-1}(U)$ avec $U \sim \mathcal{U}([0,1])$

$\rightarrow Y = F_Y^{-1}(V)$ avec $V \sim \mathcal{U}([0,1])$

Exemple: $F_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{1+e^{-x}+e^{-y}}$ $\rightarrow F_X(x) = \lim_{y \rightarrow \infty} F_{X,Y}(x,y) = \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{1}{1+e^{-x}+e^{-y}} = \frac{1}{1+e^{-x}}$

$$F_Y(y) = \lim_{x \rightarrow \infty} F_{X,Y}(x,y) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1+e^{-x}+e^{-y}} = \frac{1}{1+e^{-y}}$$

$\rightarrow$ Copule Par le thm de Sklar, $\exists$ fonction C tq $F_{X,Y}(x,y) = C(F_X(x), F_Y(y))$

$$\Rightarrow \frac{1}{1+e^{-x}+e^{-y}} = C\left(\frac{1}{1+e^{-x}}, \frac{1}{1+e^{-y}}\right)$$

Posons $u = \frac{1}{1+e^{-x}}$ et $v = \frac{1}{1+e^{-y}}$
 $\Rightarrow e^{-x} = \frac{1}{u} - 1$ et $e^{-y} = \frac{1}{v} - 1$

Donc on a $C(u,v) = \frac{1}{1 + (\frac{1}{u} - 1) + (\frac{1}{v} - 1)} = \frac{uv}{u+v-uv}$

* Soit α et β deux fonct° strictement $\uparrow \Rightarrow C(X,Y) = C(\alpha(X), \beta(Y)) \rightarrow \exp$

* $c(u,v) = \frac{\partial^2 C}{\partial u \partial v}(u,v)$ est la densité de la copule C en (u,v)

* Copule II: $C^I(u,v) = uv$

* $E[g(X,Y)] = \iint g(x,y) f_{X,Y}(x,y) dx dy$

$$\text{où } f_{X,Y}(x,y) = \frac{\partial^2 F_{X,Y}(x,y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 C(F_X(x), F_Y(y))}{\partial u \partial v} f_X(x) f_Y(y) = c(F_X(x), F_Y(y)) f_X(x) f_Y(y)$$

Lorsque $X \perp Y \rightarrow C(F_X(x), F_Y(y)) = 1$

* Fréchet:

- ensemble de F : $\mathcal{F}(F_X, F_Y)$ l'ensemble des f.d.r jointes F , qui admettent F_X et F_Y comme f.d.r marginales, tq $\begin{cases} F_X(x) = \lim_{y \rightarrow \infty} F_{X,Y}(x,y) \\ F_Y(y) = \lim_{x \rightarrow \infty} F_{X,Y}(x,y) \end{cases}$

$\rightarrow$ En pratique (assurance / finance): dimens° entre 5 et 200.

$\rightarrow$ Théorie: dim = 2

- bornes de F:

borne inf: $C_1(F_X(x), F_Y(y)) = \max(F_X(x) + F_Y(y) - 1, 0) \rightarrow C_1(u, v) = \max(u + v - 1, 0)$

borne sup: $C_2(F_X(x), F_Y(y)) = \min(F_X(x), F_Y(y)) \rightarrow C_2(u, v) = \min(u, v)$

- Comonotone $\rightarrow$ corrélation = +100% $\rightarrow U = V \rightarrow$ couple: borne sup de F.

Antimonotone $\rightarrow$ ——— -100% $\rightarrow U = -V \rightarrow$ couple: borne inf de F.

* Coeff de corrélation linéaire: $\tau_{lin}(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{\sigma_X^2 \sigma_Y^2}} \rightarrow$ stable par transform^{ns} affines croissantes

$\forall X, Y, \tau_{lin}(aX + b, cY + d) = \text{sign}(ac) \tau_{lin}(X, Y) \quad \forall a \neq c \neq 0.$

$\Delta \tau_{lin}(e^X, e^Y) \neq \tau_{lin}(X, Y) \rightarrow$ pas affine

m si structure de corrélat^{ns} identique.

$\rightarrow \tau_{lin}$ est influencée par les lois marginales et n'est pas une "vraie" mesure de corrélat^{ns}.

* $\tau_{Kendall}$: C'est une vraie mesure de corrélation.

$\tau(X, Y) = \underbrace{P((X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) > 0)}_{\text{proba de concordance}} - \underbrace{P((X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) < 0)}_{\text{proba de discordance}}$ où $(\tilde{X}, \tilde{Y})$ copie $\perp$ de (X, Y) (i.e (X, Y) et $(\tilde{X}, \tilde{Y})$ ont la m^{me} loi bivariable et $(X, Y) \perp (\tilde{X}, \tilde{Y})$).
 Δ On m'a pas $X \perp \tilde{X}$ et $Y \perp \tilde{Y}$

Version empirique: $\hat{\tau}(X, Y) = \frac{\text{nb de paires concordantes} - \text{nb de paires discordantes}}{\text{nb total de paires}}$

$\rightarrow E_X$:

	Floride (X)	Louisiane (Y)	
2022	100 m\$	5 m\$	$\left. \begin{array}{l} \text{concordante} \\ \text{concordante} \\ \text{concordante} \end{array} \right\} \text{pas concordant } X \text{ et } Y \rightarrow \hat{\tau} = \frac{2-1}{3} = 1/3$
2023	20 m\$	1 m\$	
2024	30 m\$	6 m\$	

$\rightarrow \tau = 4 \int_{[0,1]^2} C(u, v) dC(u, v) - 1 \rightarrow \tau$ ne dépend que de la structure de corrélat^{ns} entre X et Y: vraie mesure de corrélat^{ns}
Si densité f
 $= c(u, v) du dv$

$\rightarrow$ Le τ est trop centré sur une corrélation "moyenne" et pas assez sur les extrêmes.

* Dépendance forte des extrêmes: $\begin{cases} \text{à gauche si } L > 0 \\ \text{à droite si } R > 0 \end{cases} \rightarrow$ sinon risque dit asymp^t indep.

$L = \lim_{u \rightarrow 0} P(X \leq F_X^{-1}(u), Y \leq F_Y^{-1}(u)) = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{C(u, u)}{u}$

$R = \lim_{u \rightarrow 1} P(X \geq F_X^{-1}(u), Y \geq F_Y^{-1}(u)) = \lim_{u \rightarrow 1} \frac{1 - 2u + C(u, u)}{1 - u}$

* Dépendance faible des extrêmes: $\begin{cases} \text{à gauche si } \tilde{L} > 0 \\ \text{à droite si } \tilde{R} > 0 \end{cases}$

$\tilde{L} = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\log(u)}{\log(C(u, u))}$

gaussienne $\rightarrow$ dépendance faible

Student $\rightarrow$ dépendance forte gauche et droite.

$\tilde{R} = \lim_{u \rightarrow 1} \frac{2 \log(1-u)}{\log(1 - 2u + C(u, u))}$

* Risque endogène: source de risque extrêmes et de corrélat^{ns} des extrêmes.

Exercice: $X \sim \mathcal{E}(2)$ $\rightarrow U = F_X(x) \rightarrow \mathcal{C}$ couple de (X, Y)
 $Y \sim \mathcal{E}(5)$ $V = F_Y(y)$ et Rappel: $\text{VaR}_\alpha(X) = F_X^{-1}(\alpha)$

$$\text{VaR}_\alpha(X) = F_X^{-1}(\alpha)$$

$$\text{TVaR}_\alpha(X) = E[X | X > \text{VaR}_\alpha(X)]$$

$$= \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 \text{VaR}_u(X) du$$

© Théo Jalabert

Jalabert

$$\begin{aligned} * P(U \leq u) &= P(F_X(x) \leq u) \\ &= P(U \leq u, V > v) + P(U \leq u, V \leq v) \Rightarrow P(U \leq u, V > v) = P(U \leq u) - P(U \leq u, V \leq v) = u - \mathcal{C}(u, v) \end{aligned}$$

$$* P(X \leq x | V \leq v) = \frac{P(X \leq x, V \leq v)}{P(V \leq v)} = \frac{P(X \leq F_X^{-1}(u), V \leq v)}{v} = \frac{P(F_X(x) \leq u, V \leq v)}{v} = \frac{\mathcal{C}(u, v)}{v} \quad \text{car } U = F_X(x) \quad \text{c.e. } X = F_X^{-1}(u)$$

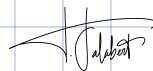
$$\begin{aligned} * P(X > x, Y > y) &= 1 - P(X \leq x, Y \leq y) - P(X \leq x) - P(Y \leq y) \\ &= 1 - \mathcal{C}(u, v) - u - v \\ &= 1 - \mathcal{C}(1 - e^{-2x}, 1 - e^{-5y}) - 2 + e^{-2x} + e^{-5y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * P(X > x | Y \leq y) &= 1 - P(X \leq x | Y \leq y) \\ &= 1 - \frac{P(X \leq x, Y \leq y)}{P(Y \leq y)} \\ &= 1 - \frac{\mathcal{C}(u, v)}{v} = 1 - \frac{\mathcal{C}(1 - e^{-2x}, 1 - e^{-5y})}{1 - e^{-5y}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * P(X > \text{VaR}_{99\%}(X) | Y > \text{VaR}_{99\%}(Y)) &= P(X > F_X^{-1}(\alpha) | Y > F_Y^{-1}(\alpha)) \\ &= 1 - P(X \leq F_X^{-1}(\alpha) | Y > F_Y^{-1}(\alpha)) \\ &= 1 - \frac{P(X \leq F_X^{-1}(\alpha), Y > F_Y^{-1}(\alpha))}{P(Y > F_Y^{-1}(\alpha))} \end{aligned}$$

* Risk appetite: C'est le niveau de risque qu'une entreprise est prête à prendre pour atteindre ses objectifs

© Théo Jalabert



* ρ de Spearman $\tau_{\text{Spearman}} = 2 \sin(\frac{\rho\pi}{6}) \Rightarrow \rho = \frac{6}{\pi} \arcsin(\frac{\tau_{\text{Spearman}}}{2})$

* Def: loi continue est elliptique de paramètre de position $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_d)$ de mat sym de $\Sigma > 0$ de dim d^2 .
si $\forall m = (m_1, \dots, m_d)$, sa densité s'écrit $f(x) = (\det \Sigma)^{-\frac{1}{2}} g((x-\mu)\Sigma^{-1}(x-\mu)^T)$ où $\int_{\mathbb{R}^d} g(x) dx = 1$

* Copule gaussienne: $C(u_1, \dots, u_d) = F_D(F(u_1), \dots, F(u_d)) \rightarrow F^*$ fct* quantile N
 F_D fctr conjointe de N multivarié

$\rightarrow$ dim 2: $C(u_1, u_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^{F(u_1)} \int_{-\infty}^{F(u_2)} \exp\left(\frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{2(1-\rho^2)}\right) dx dy$

$\rightarrow$ avantages:

* Symétrique $\Rightarrow$ adapté à l'étude des rendements

* possible de prendre en compte la corrélat° des modèles multi-facteurs à l'aide d'une matrice de corrélat°

$\rightarrow$ inconvénients

* pas de dépendance forte

* Copule de Student:

* Loi de Student: $T_k = \frac{Z}{\sqrt{V/k}}$ où $Z \sim N(0,1)$ $\rightarrow f_{T_k}(t) = \frac{1}{\sqrt{k\pi}} \frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\Gamma(\frac{k}{2})} (1 + \frac{t^2}{k})^{-\frac{k+1}{2}}$
De +, $T_k \xrightarrow{k \rightarrow \infty} N(0,1)$ $V \sim \chi_k^2$

C'est une loi symétrique à queue lourde.

$\rightarrow$ Student multivarié: $Z \sim N_d(0, \Sigma)$ et $V \sim \chi_k^2 \rightarrow f_{k,\Sigma}^d(t) = \frac{1}{\sqrt{k\pi^d} |\Sigma|} \frac{\Gamma(\frac{k+d}{2})}{\Gamma(\frac{k}{2})} (1 + \frac{t^T \Sigma^{-1} t}{k})^{-\frac{k+d}{2}}$

$\rightarrow$ Copule de Student: $C_{k,\Sigma}(u_1, \dots, u_d) = T_{k,\Sigma}(T_k^{-1}(u_1), \dots, T_k^{-1}(u_d))$
 $\rightarrow$ f.d.r. Student multivarié (k, Σ)

L_0 elliptique

$\rightarrow$ peut présenter de la dépendance forte aux extrêmes

$\rightarrow$ 2 params en dim 2

$\rightarrow$ peut présenter de la dépendance faible aux extrêmes

$\rightarrow$ 3 params en dim 3

$\rightarrow$ mesure de corrélat° $\rightarrow \tau$ et ρ

$\rightarrow$ loi symétrique donc $\mu_1 = \mu_2$ les coeff de dépendance

$\rightarrow C_{k,\Sigma}^{\text{Stu}} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} C_{\Sigma}^{\text{Gauss}} \rightarrow$ toute les deux sont elliptiques

$\rightarrow \tau_{\text{Student}} \text{ égaux}$

$\rightarrow$ Student permet de mesurer la dépendance forte aux extrêmes $\rightarrow$ possède un coeff de dep queue contrairement à la copule gaussienne.

Estimation des paramètres 1) $\hat{\tau}(x_i, x_j) = \frac{2(\text{nb paires conc.} - \text{nb paires disc.})}{m(m-1)}$

2) $\hat{\Sigma}_{ij}$ avec méthode des moments: $\hat{\Sigma}_{ij} = \sin(\frac{\pi}{2} \hat{\tau}(x_i, x_j)) \rightarrow$ univarié: $\hat{\rho} = \sin(\frac{\pi}{2} \hat{\tau})$

3) ddP, max mais: $\hat{k} = \arg\max_{k=1}^m h(C_{k,\hat{\Sigma}}(x_i^k, \dots, x_d^k))$

Δ C de Student n'est pas archimédienne.

Copule archimédienne

- * générateur $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^+$, * g strictement décroissante
- * g continue
- * $g(1) = 0$

$$\text{Si } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty \Rightarrow \text{générateur strict}$$

* Copule archimédienne: $\mathcal{C}: [0,1]^m \rightarrow [0,1]$ de générateur g

$$C(u_1, \dots, u_m) = \begin{cases} g^{-1}\left(\prod_{i=1}^m g(u_i)\right) & \text{si } \prod_{i=1}^m g(u_i) \leq g(0) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

→ générateur strict $\Rightarrow$ copule toujours définies et dite stricte

→ en dim m , g de classe C^{m-2} au moins et $(-1)^p g^{(p)} \leq 0$.

$$\hookrightarrow \text{dim 2: } C(u_1, u_2) = \frac{g^{(2)}(C(u_1, u_2)) \cdot g^{(1)}(u_1) g^{(1)}(u_2)}{g^{(1)}(C(u_1, u_1))^2}$$

$$\text{p.d.} \forall t \in [0,1], K_g(t) = t - \frac{g^{(1)}(t)}{g^{(1)}(0)}$$

→ τ Kendall: $\tau_c = 1 + 4 \int_0^1 \frac{K_g(t)}{g^{(1)}(t)} dt$ par (X,Y) deux va d'une copule archimédienne générée par g .

→ Dépendance de queue:

$$\text{* Coeff inf } \lambda_L = 2 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(g^{(1)})'(2h)}{(g^{(1)})'(h)} \rightarrow \text{si } (g^{(1)})'(0) \text{ fini, alors } \mathcal{C} \text{ n'admet pas de dep. à gauche}$$

$$\text{* Coeff sup } \lambda_R = 2 \left(1 - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(g^{(1)})'(2h)}{(g^{(1)})'(h)}\right) \rightarrow \text{si } (g^{(1)})'(0) = +\infty \rightarrow \text{dépendance droite (supérieure)}$$

→ Exemple: Gumbel, Clayton, Frank

Copules	$g(t)$	paramètre	$C(u,v)$	τ_c	λ_L	λ_R
Gumbel	$-h(t)^\alpha$	$\alpha \in [1, +\infty[$	$\exp(-(\ln(\frac{1}{u}) + \ln(\frac{1}{v}))^\alpha)$	$1 - 1/\alpha$	0	$2 - 2^{1/\alpha}$
Clayton	$t^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$	$\alpha \in [1, +\infty[\cup]-\infty, -1]$	$\max((u^\alpha + v^\alpha - 1)^{-1/\alpha}, 0)$	$\frac{\alpha}{\alpha+2}$	$2^{-1/\alpha}$	0
Frank	$-h\left(\frac{e^u - 1}{e^\alpha - 1}\right)$	$\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	$-\frac{1}{\alpha} \ln\left(1 + \frac{(e^{u\alpha} - 1)(e^{v\alpha} - 1)}{e^\alpha - 1}\right)$	$1 - \frac{4(1 - D_\alpha(1))}{\alpha}$	0	0

α à vérifier

$$D_\alpha(x) = \frac{R}{\alpha} \int_0^x R_\alpha dx \text{ avec } R_\alpha = \frac{\alpha^k}{e^\alpha - 1} \text{ fond° de Debye.}$$

Copule empirique:

Toute copule $\hat{C}$ définies sur $\{(t_k, -t_k) \mid 1 \leq k \leq m, 0 \leq t_k \leq T\}$

$$\text{par } \hat{C}\left(\frac{t_k}{T}, -\frac{t_k}{T}\right) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \prod_{k=1}^m \mathbb{1}_{t_k \leq t_i} \text{ est une copule empirique } \rightarrow \text{à vérifier}$$

Copule Clayton:

$$\text{dim 2: } C_\theta: [0,1]^2 \rightarrow [0,1] \rightarrow \text{générateur } g(u) = \frac{1}{\theta} (x^\theta - 1)$$

$$(x,y) \mapsto (x^\theta + y^\theta - 1)^{-1/\theta} \rightarrow \theta \text{ permet de montrer le degré de dep. entre les risques } \theta \text{ élevés} \Rightarrow \text{dépendance forte entre les variables.}$$

→ dépendance positive seulement.

→ queue de distrib. lourde: importance des évts rares, des évts de faible intensité

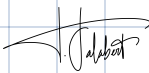
→ copule asymétrique

→ $\theta = -1$: anticomonotone; $\theta = 0$ indep; $\theta = +1$ comonotone

$$\text{densité: } c(x,y) = g^{-(\theta+1)} x^{-(\theta+1)} (1+\theta) (x^\theta + y^\theta - 1)^{-(\frac{\theta}{2}+2)}$$

→ Copule de survie : $\bar{C}(u,v)$ associée à $C(u,v) : P(X \geq x, Y \geq y) = \bar{C}(1-x, 1-y)$

© Théo Jalabert



* modélise la dépendance entre 2 va représentant des temps de survie

* propriétés opposées à celles de Clayton

* + forte dépendance de l'extrême sup.

* = Copule HRT

* m limite que la C de Clayton

$$\rightarrow \tau = \frac{\theta}{\theta+2} \begin{cases} \beta(x,y) = 12 \int_{[0,1]^2} C(x,y) dx dy \\ \theta = \frac{2\tau}{1-\tau} \end{cases} \quad \tau(x,y) = 4[E[C(x,y)] - 1]$$

→ Dépendance extrêmes

$$\text{Clayton} \begin{cases} \lambda_L = 2^{-1/\theta} \\ \lambda_R = 0 \end{cases}$$

$$\text{Survie de Clayton} : \begin{cases} \lambda_L = 0 \\ \lambda_R = 2^{-1/\theta} \end{cases} \rightarrow \text{extrêmes indep.}$$

$\Delta \lambda = 1 \Rightarrow$ extrêmes parfaitement corrélés

↓
dépendance forte à gauche

Avantage :

- Simulation facile

- Simule bien la dépendance dans les parties inférieures des queues de distrib. jointe

Conditions pour être une mesure de dépendance :

* Symétrie : $\pi(x,y) = \pi(y,x)$

* normalisation : $-1 \leq \pi(x,y) \leq 1$

* Comotonicité : $\pi(x,y) = 1 \Leftrightarrow X$ et Y comotone

* Anticomotonicité : $\pi(x,y) = -1 \Leftrightarrow X$ et Y anticomotone

* invariance : $\forall f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \pi(f(x), f(y)) = \begin{cases} \pi(x,y) & \text{si } f \uparrow \\ -\pi(x,y) & \text{si } f \downarrow \end{cases}$

Copule Gumbel : copule archimédienne de générateur ϕ tel que $\phi(x) = (-\ln(x))^\alpha$

$$\alpha \in [1, +\infty[, \forall (u,v) \in [0,1]^2, C_\alpha(u,v) = \exp(-\ln(u)^\alpha + \ln(v)^\alpha)^{1/\alpha}$$

$$\text{densité : } \forall (u,v) \in [0,1]^2, c_\alpha(u,v) = \frac{C_\alpha(u,v)[\phi_u(u) + \phi_v(v)]}{\alpha^2 (\alpha-1 + (\phi_u(u) + \phi_v(v))^\alpha) \phi_u(u) \phi_v(v) u \cdot v}$$

$$L_\alpha \begin{cases} \alpha=1 : C_\alpha = C^- \\ \alpha=+\infty : C_\alpha = C^+ \\ \alpha \in]1, +\infty[: \text{dépendance positive.} \end{cases} \quad \text{Comotonicité}$$

Copule de Gumbel = seule copule archimédienne de valeurs extrêmes, elle vérifie $C(u_1^{\wedge}, \dots, u_d^{\wedge}) = C(u_1, \dots, u_d)^{\wedge}$
(max-stabilité)

Gumbel : → dépendance positive $\parallel \Delta$

→ asymétrie à droite $\parallel \Delta$

→ modélisat° des évènements rares et valeurs extrêmes

→ $\alpha \nearrow +\infty \Rightarrow \parallel$ (forte)

τ : $\tau = \frac{\alpha-1}{\alpha} \rightarrow$ retrouve les prop en $\alpha=1$ et $\alpha=+\infty$

Coeff. Dépendance Queue : $\lambda_R = 2 - \frac{2}{\alpha} \quad \lambda_L = 0$

La copule de Gumbel est utilisée pour :

- modélisat° des risques extrêmes
- Allocat° d'actif
- Modélisat° des dépendances en assu. vie
- Réass
- Pricing de produit dérivé.

Copule archimédienne hiérarchique

Copule archimédienne classique : $C(u_1, \dots, u_d) = \Phi(\Phi(u_1) + \dots + \Phi(u_d))$

- modélisat° des corrélat° antisymétriques
- formule fermée pour corrélat° classique
- Calculs rapide

MAIS : choix limite de leur paramètre $\rightarrow$ CAH répond à ça $\rightarrow$ introduct° de sous copule arch. pour créer des nouvelles structures de dép.

$\rightarrow$ la dépendance entre 2 v.a. est donnée par la copule commune la + proche de ces 2 variables.

$\rightarrow$ CAH imbriquée = les CAH qui ajoutent une nouvelle va à chaque niveau de copule

$\rightarrow$ m va $\Rightarrow$ m-1 niveau de copule

Risque: effet positif ou négatif de l'incertitude sur les objectifs stratégiques

- pérennité
- bénéfice
- rentabilité...

Processus ERM: on cherche à mesurer le risque global pour le contrôler

↳ refuser certains risque

↳ Réassurance

↳ faire de la prévention

↳ créat° de valeurs de l'ERM difficile à modéliser

- ① IDENTIFIER
- ② MESURER
- ③ CONTROLER
- ④ SURVEILLER

} cycle qui recommence éternellement

ERM ⇒ $\begin{cases} \text{top management} \\ \text{board} \\ \text{employés} \end{cases}$

Cartographie des risques:

